# Représentation graphique dans ScienceWord et Class

**Dr Emile C. B. COMLAN**

Directeur de Beijing Elearning Technology

**Emails:** 2144669753@qq.com; ecomlan@yahoo.com;

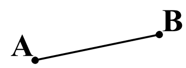
ecomlan@scienceoffice.com

**Sites Web:** **www.scienceoffice.com** ; **www.novoatest.com**

## I ) La droite réelle

### 1 ) Le repère de droite

Considérons un segment de droite [ **AB** ] où **A** est le point de départ et **B** le point d'arrivée




Le segment **AB** est par défaut un repère d'origine **A** et de point unitaire **B**.

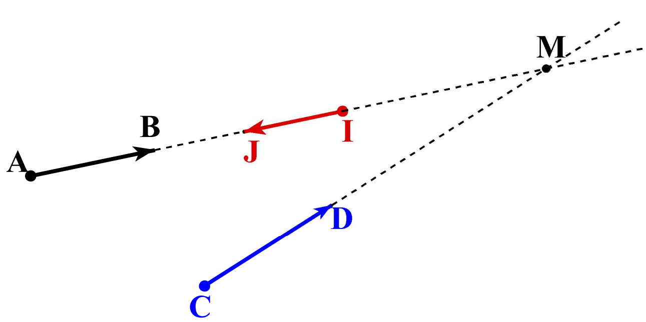
- Pour dessiner un point **P** d'abscisse **p** du repère ( **A, B** ) , on sélectionne le segment [ **AB** ] puis, on clique sur l'utilitaire " Définir l'abscisse d'un point sur un axe". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, on personnalise la valeur **p** de l'abscisse, puis on valide.

<u>**Note:**</u> Si **B** est plutôt le premier point dessiné ( point de départ ) , alors **BA** est par défaut un repère d'origine **B** et de point unitaire **A**. Dans ce cas, pour dessiner le point **P** d'abscisse **p** dans le repère ( **A, B** ) , on utilise la méthode générale de définition du repère de droite. Autrement dit, on sélectionne dans l'ordre les points **A** et **B**, puis on clique sur le même utilitaire pour définir l'abscisse **p** du point **P**. ( La première sélection définit l'origine, la seconde le point unitaire ) .

- Pour dessiner un point quelconque **M** de la droite ( **AB** ) , on sélectionne le segment **AB**, ensuite on clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire " Sélectionner un point de la droite", puis on dessine le point **M**.
  Pour avoir l'abscisse du point **M** dans le repère de droite par défaut, on sélectionne le point **M** puis on clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire "Abscisse/Rapport ".

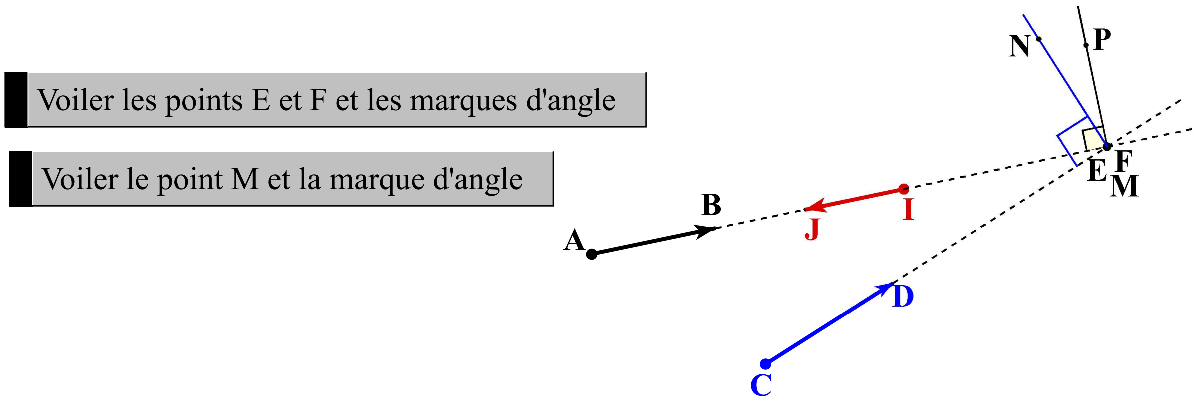
### 2 ) Coordonnées d'un même point M dans plusieurs repères de droites

Les points de départ et d'arrivée des segments **AB**, **IJ** et **CD** sont ici bien illustrés par des flèches. Le point **M** est par construction, le point d'intersection des droites ( **AB** ) et ( **CD** ) . Le segment **IJ** est un segment de la droite ( **AB** )
Le point M n'étant pas construit à partir de la sélection d'un segment ( repère de droite ) , l'utilitaire "Abscisse/Rapport " ne s'affiche donc pas lorsqu'il est sélectionné.

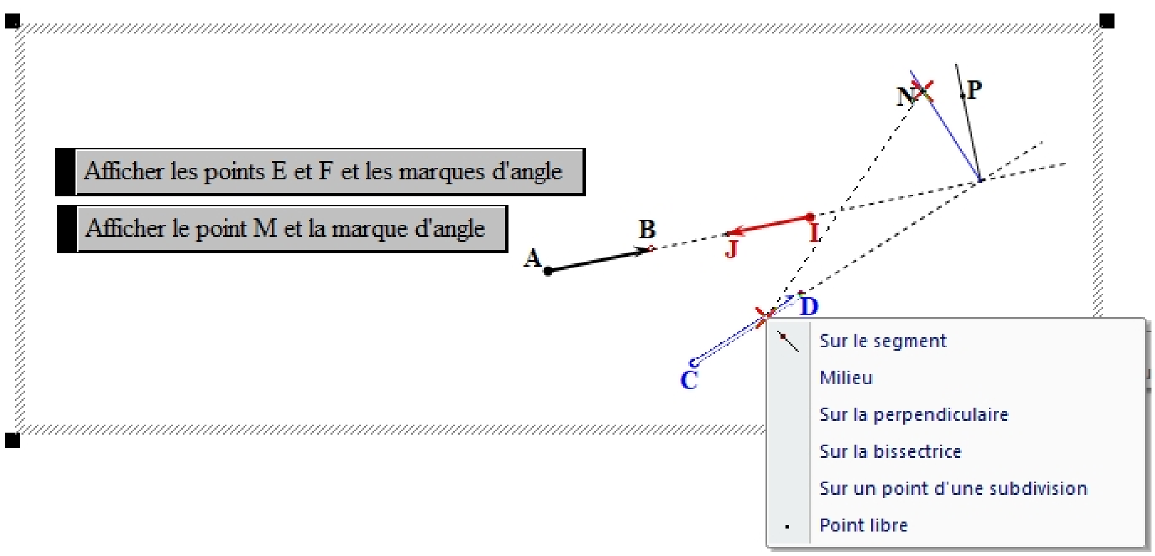


Pour déterminer les coordonnées de M dans les repères ( **A, B** ), ( **I, J** ) et ( **C, D** ), on procède comme suit:

( i ) On dessine les perpendiculaires en **M** à ( **AB** ) et ( **CD** ) dont les pieds **E** et **F** se superposent en **M**. On définit un bouton pour voiler les points **E** et **F** et un autre pour voiler pour le point **M**.



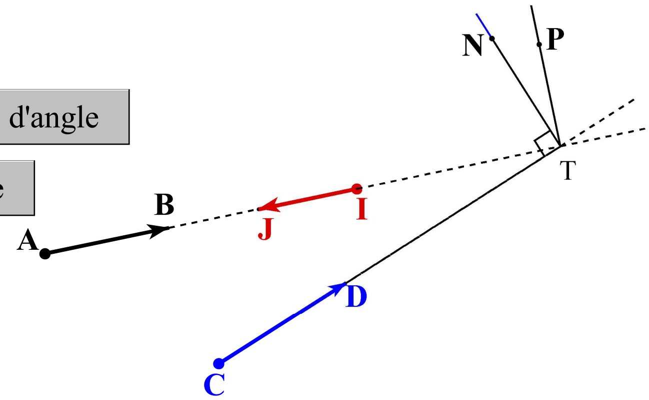

( ii ) On utilise la technique suivante du dessin intelligent pour projeter le point **N** dans le repère ( **C, D** ) : On clique dans la barre de dessin sur l'icône " Droite", puis on amène le pointeur de la souris sur le point **N**. Pendant qu'une croix rouge apparaît, on presse le bouton gauche de la souris et on amène le pointeur de la souris sur le segment **CD**. Lorsque le contact est fait, le segment **CD** apparaît en surbrillance. On presse la touche Ctrl et on lâche le bouton gauche de la souris tel qu'un message le suggère afin d'avoir plus d'options. Puis enfin, on clique sur l'option "sur la perpendiculaire" pour avoir le projeté de **N** dans le repère **CD**.




On sélectionne le point obtenu ( dans une même position du point **M** ), puis on clique sur l'utilitaire "Abscisse/Rapport " pour afficher une abscisse d'un projeté **T** qui est celle du point **M** dans le repère **CD** ( voir figure ci-appès ) .

Afficher les points E et F et les marques d'angle

Afficher le point M et la marque d'angle

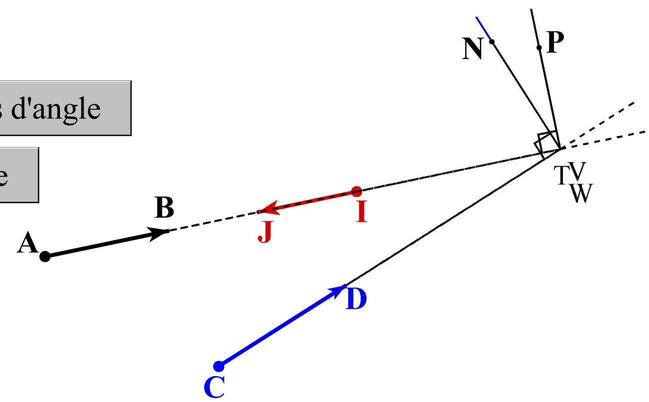



Mesure 1: Abscisse de T sur l'axe = 2.68

De même que précédemment, on affiche les abscisses du point **M** dans les repères $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ et $(\mathbf{I}, \mathbf{J})$. Le résultat final est ci-dessous affiché.

Afficher les points E et F et les marques d'angle

Afficher le point M et la marque d'angle

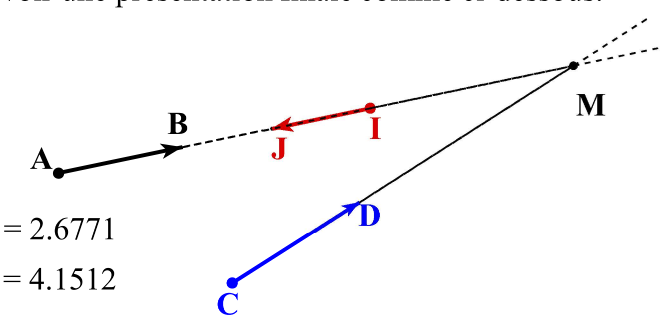



Mesure 1: Abscisse de T sur l'axe = 2.68

Mesure 2: Abscisse de V sur l'axe = 4.15

Mesure 3: Abscisse de W sur l'axe = -2.07

Les mesures 1, 2 et 3 sont respectivement les abscisses du point **M** dans les repères $(\mathbf{C}, \mathbf{D})$, $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ et $(\mathbf{I}, \mathbf{J})$. On voile les éléments de la construction, on affiche le point **M**, puis on renomme les variables pour avoir une présentation finale comme ci-dessous.




Abscisse de M dans le repère (C, D) = 2.6771

Abscisse de M dans le repère (A, B) = 4.1512

Abscisse de M dans le repère (I, J) = -2.0747

**Remarque**

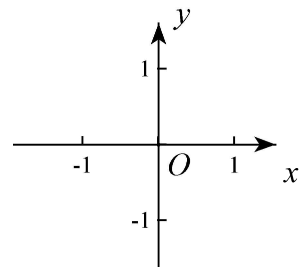
Plus généralement, si **A**, **B** et **M** sont des points quelconques d'une droite $(\Delta)$, l'abscisse $m$ de **M** dans le repère $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ s'écrit : $m = \dfrac{AM}{AB}\cos(\angle BAM)$.

***L'utilisation de la variable fonctionnelle pour un tel calcul est vivement***

***recommendée. Il est important de noter que la maîtrise du concept est d'une grande utilité dans la réalisation des constructions dynamiques***

## II ) Représentation graphique dans le plan

ScienceWord et Class disposent des utilitaires de Mathématiques pour la représentation graphique en coordonnées cartésiennes, en coordonnées polaires et ceci avec des paramètres variables.




Pour dessiner le repère du plan, cliquer dans la barre de dessin sur l'utilitaire "***repère***  ". Ensuite, diriger le pointeur de la souris sur qui prend la forme " + ". Appuyer le bouton gauche de la souris et faites un léger glissement pour obtenir les axes de coordonnées.

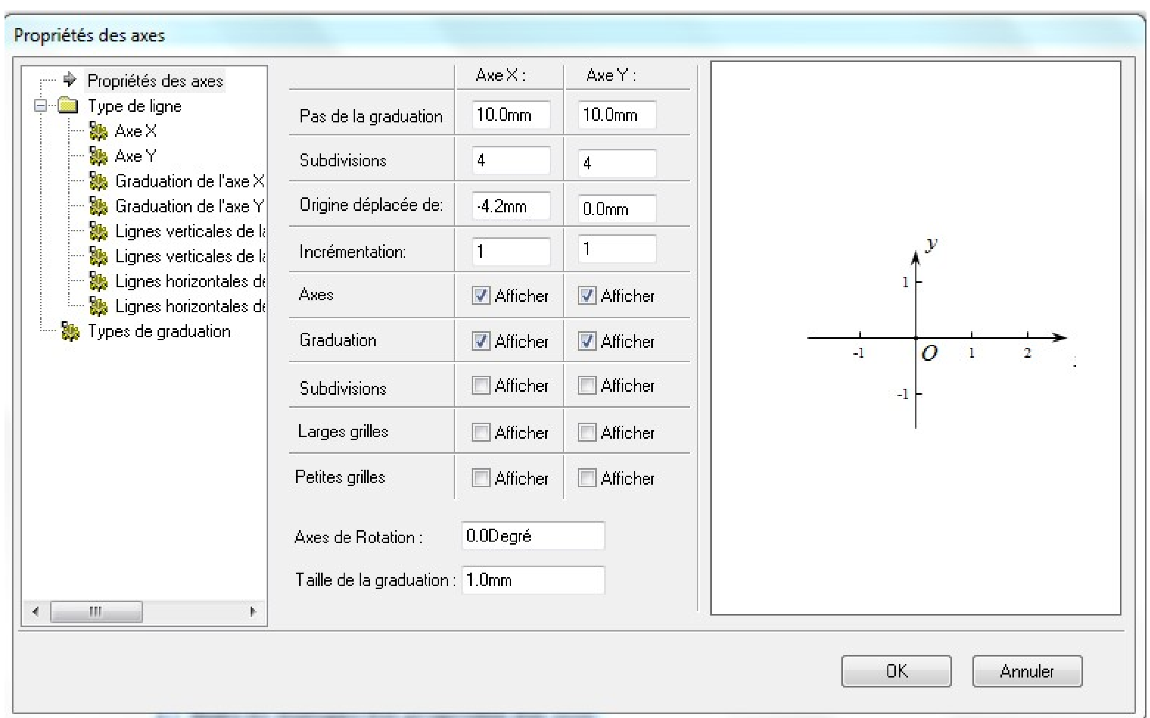
Noter que vous pouvez déplacer l'origine des coordonnées avec la souris. .

### 1 ) Boîte de dialogue des propriétés des axes

Pour accéder à la boîte de dialogue des propriétés des axes ci-dessous, on utilise l'une des deux méthodes suivantes

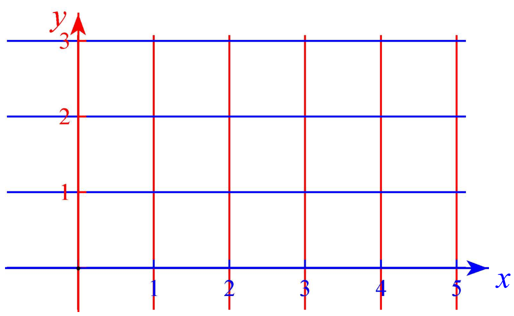
**Méthode1**: Cliquer sur un axe ( l'axe x ou l'axe y ) , puis appuyer le bouton droit de la souris. Dans le menu contextuel qui s'ouvre, cliquer sur "Propriétés".

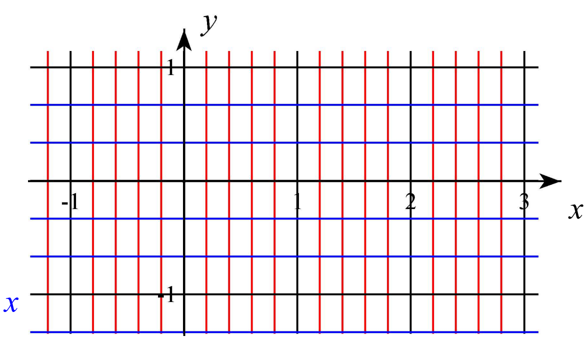
**Méthode2:** Juste double-cliquer sur un axe quelconque pour y accéder directement.

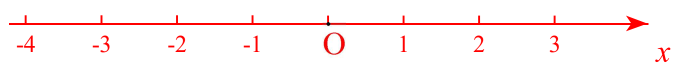


- Lorsque le repère est sélectionné, vous pouvez rétrécir ou élargir le cadre par l'un quelconque des huit petits carreaux noirs et ceci sans affecter l'échelle de la graduation. Mais la même action avec l'un queconque des quatre gros carrés noirs. réduit ou augmente l'échelle de la graduation.

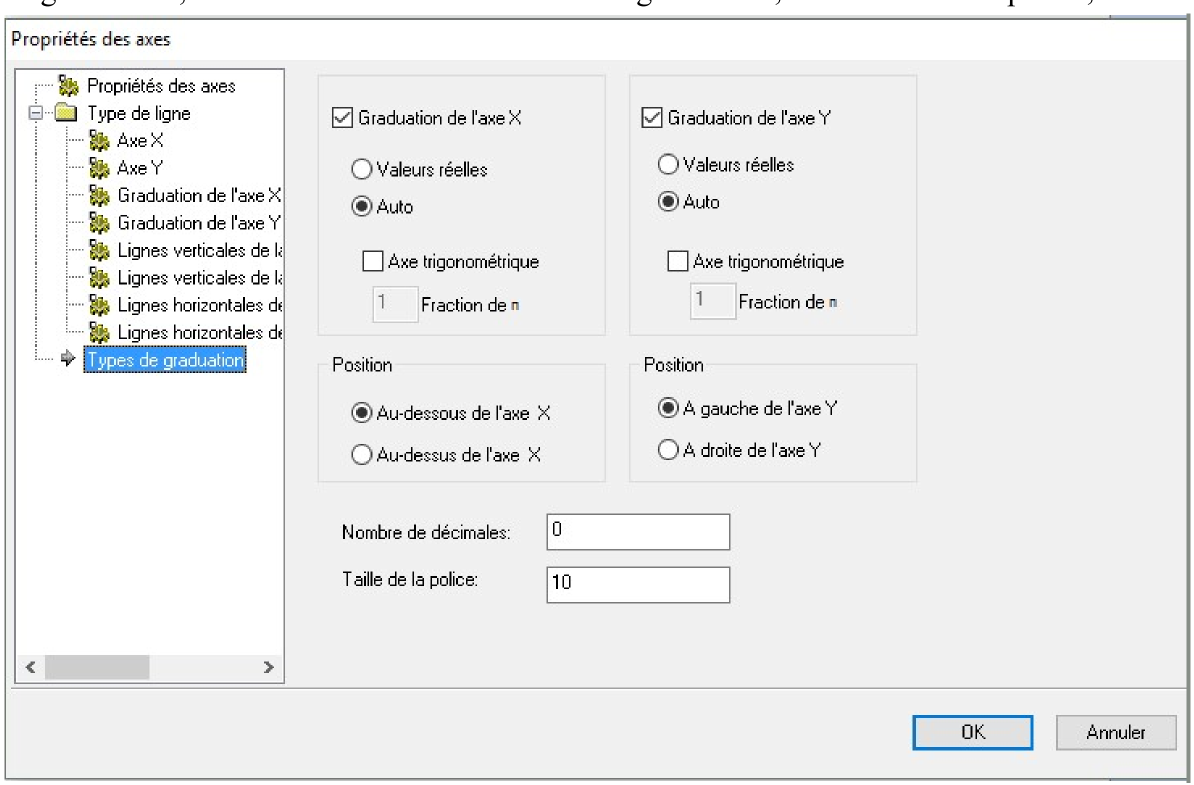
- Les options de la boîte de dialogue des propriétés des axes permettent différents types de configurations dont celles ci-dessous.



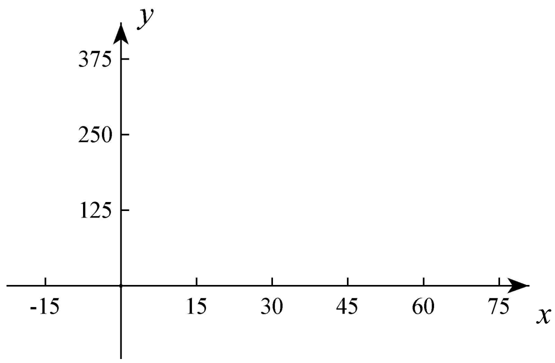




Dans la boîte de dialogue des propriétés des axes cliquer sur l'icône "Types de graduation" pour accéder à la boîte de dialogue suivante d'où vous pouvez personnaliser la position de la graduation, le nombre de décimales dans la graduation, la talille de la police, etc.




Par exemple si l'incrémentation sur l'axe des abscisses est 15 et celle sur l'axe des ordonnées est 125, il vous faut cochez les options des valeurs réelles pour obtenir la figure1. Lorsque les cases auto sont cochées, vous obtenez la figure2.




Figl

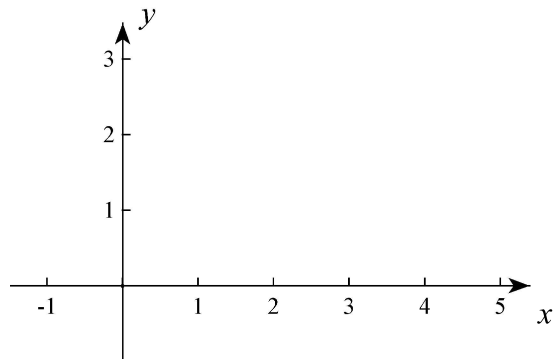



Fig2

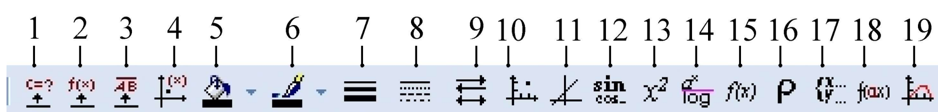
Pour une représentation graphique dans le cas de Fig1, vous pourriez considérer un domaine tel que:: $x_1 = -15$ et $x_2 = 75$ .

Pour une représentation graphique dans le cas de Fig1, vous pourriez considérer un domaine tel que:: $x_1 = -1$ et $x_2 = 5$.

L'option "Axe trigonométrique" permet de générer des points de l'axe tels que, la distance de deux points consécutifs est $\frac{\pi}{n}$ , avec $n \in \mathbb{N}^*$.

**2 ) Les utilitaires correspondants du repère du plan**

Dès que le repère du plan est dessiné, les utilitaires ci-dessous s'affichent dans la barre de dessin.




Pour savoir la fonction d'un utilitaire, poser le pointer là-dessus. Après quelques secondes, cette fonction s'affiche.

1- Définir une variable indépendante; 2- Définir une variable fonctionnelle; 3- Définir un vecteur par sa longueur et une direction; 4- Définir les coordonnées d'un point variable; 5- Couleur de remplissage; 6- Couleur du contour; 7-Epaisseur de la ligne; 8- Style de la ligne; 9- Flèche; 10- Créer un point du repère; 11- Dessiner une droite du repère; 12- Représentation d'une fonction trigonométrique; 13- Coniques; 14- Fonctions logarithmes et exponentielles; 15- Graphe fonctions; 16- Courbe polaire; 17- Fonctions paramétriques; 18- Courbes de fonctions avec des paramètres variables; 19- Créer une ligne brizée avec des données..

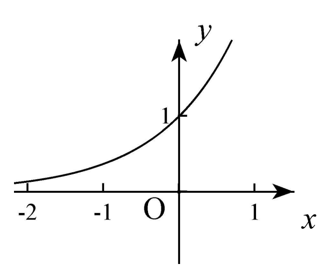
La liste des fonctions élémentaires disponibles figurent dans le tableau ci-dessous

| **Liste des fonctions élémentaires** | | |
|---|---|---|
| Symbole | Nom du symbole | Signification |
| + − * / | Addition - Soustraction - Multiplication − Division | $(3*x-5)/2+1=\frac{3x-5}{2}+1$ |
| pi | pi | pi=$\pi$ |
| ^ | Puissance | x^3=$x^3$ |
| % | Reste | 5%3=2；5.4%2.6=0.2 |
| abs( x ) | Valeur absolute | abs( x )=$\lvert x\rvert$ |
| sin( x ) | Sinus | sin( x )=sinx |
| cos( x ) | Cosinus | cos( x )=cosx |
| tan( x ) | Tangente | tan( x )=tanx |
| asin( x ) | Fonction réciproque de Sinus | asin( x )=arcsinx |
| acos( x ) | Fonction réciproque de Cosinus | acos( x )=arcosx |
| atan( x ) | Fonction réciproque de Tangente | atan( x )=arctan$x$ ;<br>domaine des valeurs : [ - pi/2, pi/2 ] |
| atan2( y, x ) | Angle polaire en （rads） de P( x, y ) | domaine des valeurs: [ - pi, pi ]<br>Si y< 0， atan2( y, x )< 0<br>Si y > 0，atan2( y, x ) > 0 |
| cosh( x ) | Cosinus hyperbolique | cosh( x )=cosh$x$ |
| sinh( x ) | Sinus hyperbolique | sinh( x )=sinh$x$ |
| tanh( x ) | Tangente hyperbolique | tanh( x )=tanh$x$ |
| ceil( x ) | Foncction Plafond | Si $n\le x< n+1$, ceil( x )=n+1, $n\in\mathbb{Z}$ |
| deg( x ) | Fonction Degré | deg( x ) $=\frac{180\,x}{\pi}$ |
| exp( x ) | Fonction Exponentielle | exp( x ) = $e^x$ |
| floor( x ) | Fonction Partie entière | Si $n\le x< n+1$, floor( x )=n, $n\in\mathbb{Z}$ |
| hypot( x,y ) | Fonction Hypothénuse | hypot( x,y ) = $\sqrt{x^2+y^2}$ |
| max( x,y ) | Fonction Max | max( 3,9 )= 9 |
| min( x,y ) | Fonction Min | min( 3,9 )=3 |
| Rand( x,y ) | Fonction aléatoire | Nombres aléatoires compris entre x et y. |
| mod( x,y ) | Fonction Modulo | mod( x,y ) = x%y |
| ln( x )、log( x ) | Logarithme Népérian | ln( $x$ )=log( $x$ )=$\log_e(x)$ |

| | | |
|---|---|---|
| log10 ( x ) | Logarithme de base 10 | log10 ( $x$ )=$\log_{10}$ ( $x$ ) |
| pow ( x,y ) | x puissance y ( x exposant y ) | pow ( x. y ) = $x^y$ |
| rad ( x ) | Fonction Radian | rad ( x ) = $\frac{x}{180}\pi$ |
| sign ( x ) | Fonction Signe | Si x> 0， sign ( x ) = 1<br>Si x=0， sign ( x ) = 0<br>Si x<0， sign ( x ) = -1 |
| step ( x ) | Fonction Step | Si x≥0， step ( x ) = 1<br>Si x<0， step ( x ) = 0 |
| in ( x,r0,r1 )<br>ou<br>in11 ( x,r0,r1 ) | Fonction Intervalle fermé | Si r0≤x≤r1 , in ( x,r0,r1 ) = 1<br>Si x< r0 or x>r1 , in ( x,r0,r1 ) = 0 |
| in10 ( x,r0,r1 ) | Fonction Intervalle fermé à gauche | Si r0<x≤r1 , in ( x,r0,r1 ) = 1<br>Si x< r0 or x>r1 , in ( x,r0,r1 ) = 0 |
| in01 ( x,r0,r1 ) | Fonction Intervalle fermé à droite | Si r0≤x<r1 , in ( x,r0,r1 ) = 1<br>Si x< r0 or x≥r1 , in ( x,r0,r1 ) = 0 |
| in00 ( x,r0,r1 ) | Fonction Intervalle ouvert | Si r0<x<r1 , in ( x,r0,r1 ) = 1<br>Si x≤r0 or x≥r1 , in ( x,r0,r1 ) = 0 |
| sqrt ( x ) | Fonction Racine carrée | sqrt ( x ) = $\sqrt{x}$ |
| j0 ( x ) , j1 ( x ) , jn ( x ) | Première fonction de Bessel:<br>degré 0, degré 1, degré n | j0 ( x ) = J ( 0, x )<br>j1 ( x ) = J ( 1, x )<br>jn ( x ) =J ( n. x ) |
| y0 ( x ) ,y1 ( x ) , yn ( n,x ) | Seconde fonction de Bessel：<br>degré 0, degré 1, degré n | y0 ( x ) =Y ( 0. x )<br>y1 ( x ) =Y ( 1, x )<br>yn ( x ) = Y ( n, x ) |

## Notes

- Pour écrire $e^x \frac{\sin(x)}{x-1}$, nous avons considéré l'écriture exp ( x ) *sin ( x ) / ( x-1 ) . On obtiendrait le même résultat en considérant l'écriture $e^x$*sin ( x ) / ( x-1 ) , ou bien l'écriture pow ( e,x ) *sin ( x ) / ( x-1 ) .
- L'écriture correspondante à $\pi$ est pi. Par exemple, l'écriture correspondante à $\frac{\pi x}{2}$ est pi*x/2.




- Lorsque dans la fenêtre des fonctions trigonométriques ou dans celle de la représentation du système de coordonnées polaires la case "Angle en Radian" est cochée comme ci-contre 

, alors les valeurs du domaine de définition considéré sont en π radians.

- Pour avoir une configuration du domaine de définition en valeurs numériques, il suffit de décocher la case "Angle en Radian".
- Dans la liste des fonctions élémentaires admises, $\log10(\mathrm{x})$, $\mathrm{Sqrt}(\mathrm{x})$, $\mathrm{Abs}(\mathrm{x})$ et $\mathrm{asin}(\mathrm{x})$ correspondent respectivement aux fonctions $\log_{10}(\mathrm{x})$, $\sqrt{\mathrm{x}}$, $|\mathrm{x}|$ et $\mathrm{Arcsin}(\mathrm{x})$.
- La position d'un point ou d'une droite du repère peut être modifiée avec la souris ou à partir des propriétés.
- La variable considérée dans la représentation graphique d'une fonction n'est pas toujours la même. On en distingue au total quatre: *x*, *y*, *t* et *r*. Par exemple, une expression de la forme $y = f(x)$ indique que la variable admise est *x*; une expression de la forme $t = f(r)$ indique que la variable admise est *r*; etc.

Toute fonction par intervalles telle que $F(x) = \begin{cases} F_1(x), \text{ si } x \in [a_1, b_1] \\ F_2(x), \text{ si } x \in [a_2, b_2] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ F_n(x), \text{ si } x \in [a_n, b_n] \end{cases}$

où $[a_i, b_i] \cap [a_j, b_j] = \emptyset$, s'écrit

$F(x) = \mathrm{in}(\mathrm{x}, a_1, b_1) * F_1(x) + \mathrm{in}(\mathrm{x}, a_2, b_2) * F_2(x) + \cdots + \mathrm{in}(\mathrm{x}, a_n, b_n) * F_n(x)$

- La fonction $\mathrm{round}(x, n)$ arrondit la valeur de *x* au nombre le plus proche, avec *n* chiffres significatifs à partir du point décimal.

$$\mathrm{round}(x, n) = \frac{\mathrm{floor}\left(\left(x + 5 \times 10^{-n-1}\right) \times 10^{n}\right)}{10^{n}}.$$

- Soit *x* un nombre réel à tronquer et *n* un entier naturel, le nombre de chiffres à garder après la virgule. La troncature de *x* à *n* décimales, notée $\mathrm{Trunc}(x, n)$ est :

$$\mathrm{Trunc}(x, n) = \frac{\mathrm{step}(x) * \mathrm{floor}(x * 10^{n}) + \mathrm{step}(-x) * \mathrm{ceil}(x * 10^{n})}{10^{n}}$$

  - Si $x \geq 0$, $\mathrm{Trunc}(x, n) = \dfrac{\mathrm{floor}(x * 10^{n})}{10^{\mathrm{n}}}$.
  - Si $\mathrm{x} < 0$, $\mathrm{Trunc}(x, n) = \dfrac{\mathrm{ceil}(\mathrm{x} * 10^{\mathrm{n}})}{10^{\mathrm{n}}}$.

## 3 ) Exemple de représentation graphique

Dans cet exemple nous proposons le graphe de la fonction définie par: $y = e^x$

Cliquer dans la barre de dessin sur le bouton " Repère". Pendant que le pointeur de la souris prend la forme " + ", appuyer le bouton gauche de la souris, puis par un léger gissement obtenir une taille convenable du repère. Parmi les utilitaires qui s'affichent cliquer sur " Graphes de fonction", puis dans la boîte de dialogue qui s'ouvre taper l'expression appropriée de y, c'est-à-dire e^x ou exp ( x ) . Cliquer enfin sur le bouton "OK" pour obtenir le résultat ci-contre.

Vous pouvez par le menu contextuel ou par un double-click accéder aux propriétés de la courbe pour des modifications. Par exemple, l'option rotation qui s'y trouve permet d'obtenir une rotation d'un angle quelconque autour de l'origine du repère.

### Note

- Les principes généraux du dessin s'appliquent aux repères du plan qui en fait sont eux-aussi fusionnable. Pour fusionner deux repères, il suffit de sélectionner un point de contrôle dans chacun de ses repères, puis cliquer sur bouton combine .
- Vous pouvez dessiner dans le même repère, plusieurs graphes de fonctions.
- Lorsque vous dessinez géométriquement une droite, un cercle ou une ellipse dans le repère, Leurs équations apparaissent dans la boîte de dialogue des propriétés de l'objet..

## 4 ) Principes de la représentation

Rappelons que les fonctions élémentaires sont: les fonctions polynômes, rationnelles, trigonométriques, puissances, exponentielles, logarithmes, valeurs absolues, etc..

### a ) Représentation graphique et types de domaine de définition

Généralement, la représentation graphique de la fonction $y = f(x)$ est obtenue directement sur un domaine quelconque lorsque son expression ne contient ni de fonction puissance $\sqrt[n]{h(x)}$ ni de fonction logarithme $\ln(g(x))$.

Lorsque $y = f(x)$ contient une fonction puissance de type $\sqrt[n]{h(x)}$ , la représentation graphique est faite sur un intervalle sur lequel $h(x) \geq 0$ .

Lorsque $y = f(x)$ contient une fonction logarithme de type $\ln(g(x))$ , la représentation graphique est faite sur un intervalle sur lequel $g(x) > 0$ .

Soit par exemple, les fonctions suivantes:

$$f_1(x) = \frac{x}{x^2 - 1}, \quad f_2(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 1} \quad \text{et} \quad f_3(x) = x - \ln(x-1).$$

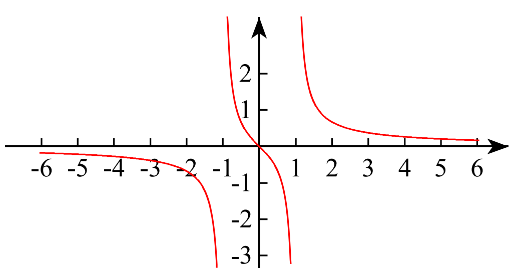
- La représentation graphique de $f_1$ peut être effectuée directement sur $\mathbb{R}$ ou sur n'importe quel intervalle à condition que $1$ ou $-1$ ne soit une borne dudit intervalle.

- La représentation graphique de $f_2$ peut être effectuée directement sur $[0, +\infty[$ ou sur n'importe quel intervalle à condition que $1$ ne soit une borne dudit intervalle.

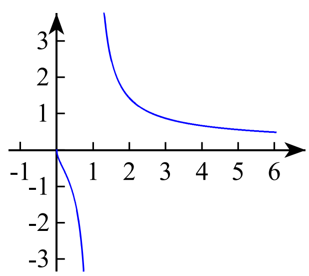
- La représentation graphique de $f_3$ peut être effectuée directement sur $]1, +\infty[$ ou sur n'importe quel intervalle à condition que $1$ ne soit une borne dudit intervalle.

De manière pratique, on représente $f_1(x)$ sur $]-6, 6[$ , $f_2(x)$ sur $[0, 6]$ et $f_3(x)$ sur $[1.01, 6]$.

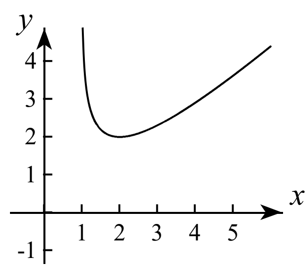
On a donc les résultats suivants:




**Graphe de $f_1(x)$**




**Graphe de $f_2(x)$**




**Graphe de $f_3(x)$**

**b ) Note sur la fonction puissance**

Dans ScienceWord comme dans la plupart des logiciels de calcul, la fonction puissance $\sqrt[n]{x}$ est considérée comme étant définie sur $[0, +\infty[$

Mais en réalité, pour les valeurs impaires de $n$, la fonction puissance est définie sur $\mathbb{R}$.

Alors la représentation graphique de $y = \sqrt[n]{x}$ dans ScienceWord ( dans le cas où $n$ est donc impair ) , utilise l'une des trois méthodes suivantes:

i ) Étant donné que la fonction $\sqrt[n]{x}$ est définie sur $[0, +\infty[$ et que la fonction $\sqrt[n]{-x}$ est définie sur $]-\infty, 0[$ , il suffira de considérer l'expression: $y = \operatorname{sign}(x)\sqrt[n]{|x|}$ .

ii ) On représente $x = g(y) = y^n$ sur $\mathbb{R}$.

iii ) On représente la fonction paramétrique définie par: $\begin{cases} x = t^n \\ y = t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

En général, pour faire directement la représentation graphique d'une fonction dont l'expression contient une fonction puissance $\sqrt[n]{g(x)}$, où $n$ est un entier impair, il convient juste de considérer pour cette fonction puissance, l'expression: sign ( $g(x)$ ) $\sqrt[n]{|g(x)|}$ .

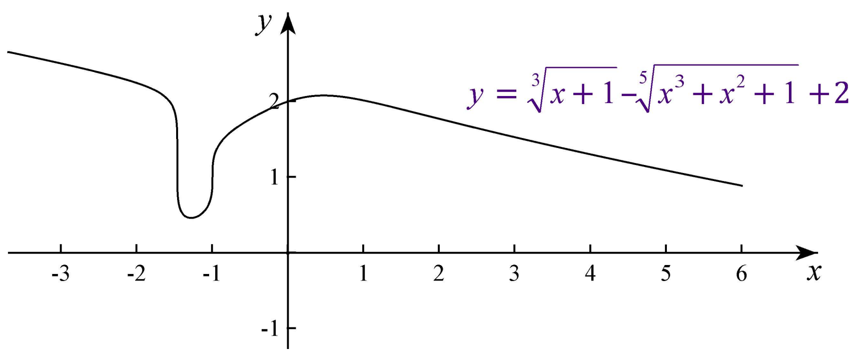
Par exemple,

$y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[5]{x^3+x^2+1} + 2 = \text{sign}(x+1)\ \sqrt[3]{|x+1|} - \text{sign}(x^3+x^2+1)\sqrt[5]{|x^3+x^2+1|} + 2.$

La représentation graphique utilise l'expression suivante:

sign ( x+1 ) * ( abs ( x+1 ) ) ^ ( 1/3 ) -sign ( x^3+x^2+1 ) * ( abs ( x^3+x^2+1 ) ) ^ ( 1/5 ) +2.

Le graphe de la function $y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[5]{x^3+x^2+1} + 2$ est donc la suivante:




**c ) Correction de l'affichage en discontinu d'une fonction "in"**

Le graphe d'une fonction continue "in" dont l'expression s'étend sur un intervalle $[a, b]$ s'affiche en continu, si le domaine $[c, d]$ sur lequel il est tracé est inclus dans $[a, b]$ . Il est à noter que cette fonction "in" est nulle en dehors de $[a, b]$ et pourrait afficher une discontinuité en $a$ ou en $b$ si le domaine sur lequel il est tracé n'est pas inclus dans $[a, b]$.

**Exemple**

Soit la fonction $f$ définie par:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-2}\ , \text{ si } x \in ]-\infty, 1] \\ x^2 - 2\ , \text{ si } x \in [1, 2] \\ \sqrt{x+2}\ , \text{ si } x \in [2, +\infty[ \end{cases}$$

Pour la représentation graphique sur $[-2, 6]$, l'expression correspondante de $f(x)$ dans la boîte de dialogue de "graphe de fonction", est:

in ( x,**-2**,1 ) * ( 1/ ( x-2 ) ) +in01 ( x,1,2 ) * ( x^2-2 ) +in01 ( x,2,**6** ) *sqrt ( x+2 ) (§).

On remarquera que les fonctions réelles in ( x,**-2**,1 ) , in01 ( x,1,2 ) , in01 ( x,2,**6** ) ne sont pas nulles sur $[-2, 6]$ . Le résultat de la représentation graphique sur le domaine $[-2, 6]$ ( illustré en **Fig 1** ) , est la figure 2.

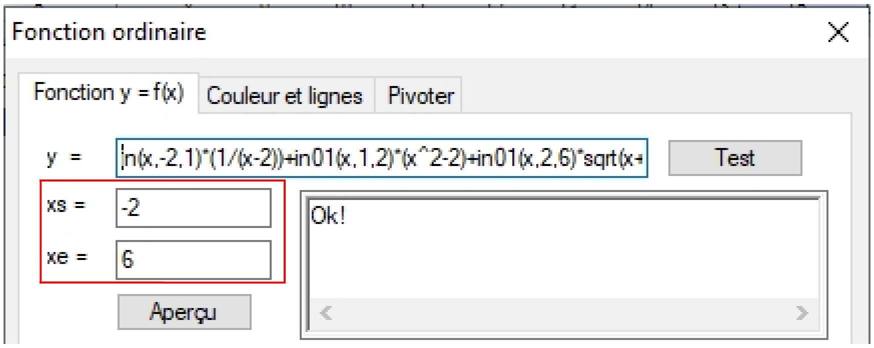



**Fig 1**

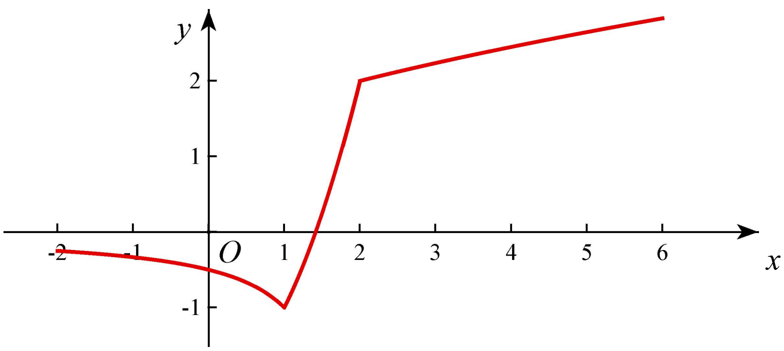



**Fig 2**

Mais lorsqu'on représente l'expression (§) sur un intervalle plus grand, par exemple $[-2, 7]$ , alors il faudra bien comprendre que les fonctions in ( x,**-2**,1 ) , in01 ( x,1,2 ) et in01 ( x,2,**6** ) sont toutes nulles sur $]6, 7]$.

Autrement dit Le résultat de la représentation graphique sur le domaine $[-2, 7]$ ( illustré en **Fig 3** ) , est la figure 4.

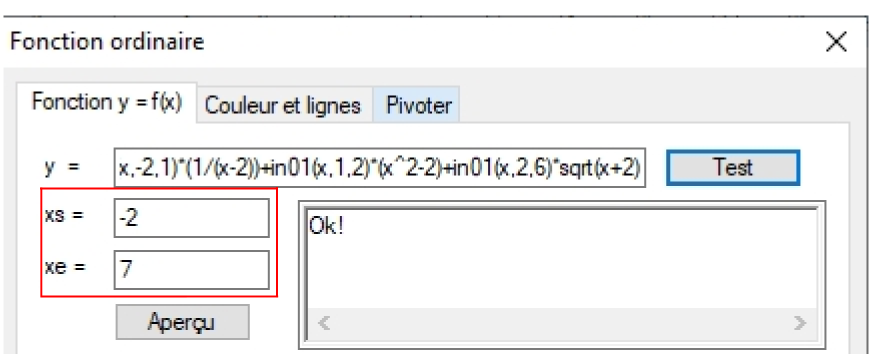



**Fig 3**

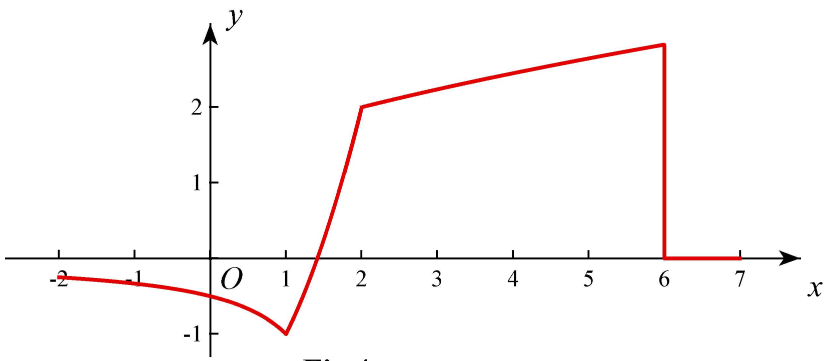



**Fig 4**

On voit bien que la fonction utilisée est discontinue en $x_0 = \mathbf{6}$.

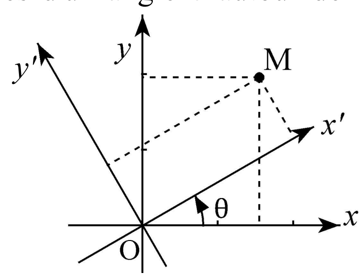
**Note:** Le graphe de la fonction "step" respecte la même logique d'affichage en continu.

**d ) Note sur les coniques**

Dans ScienceWord et Class, l'utilisation de l'utilitaire "$x^2$ Coniques" est convenable pour fonctions implicites de type $\frac{(x-h)^2}{U}+\frac{(y-k)^2}{V}=1$ ( 1 ) ou $(x-h)^2 = 2p(y-k)$ ( 2 ) ou $(y-k)^2 = 2p(x-h)$ ( 3 ) .

**e ) Graphe d'une conique d'équation générale:** $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0 \; (b \neq 0)$

La méthode générale consiste à effectuer une rotation des axes d'un angle θ autour de l'origine. Alors pour tout point M de la conique, ses coordonnées $(x, y)$ avant la rotation et $(x', y')$ après la rotation sont liées par les relations suivantes:




$$\begin{cases} x=x'\cos(\theta)-y'\sin(\theta) \\ y=x'\sin(\theta)+y'\cos(\theta) \end{cases}$$

Ainsi, l'équation de la conique dans le nouveau système de coordonnées s'écrit: $Ax'^2 + Bx'y' + Cy'^2 + Dx' + Ey' + F = 0$

où $A = a\cos^2(\theta) + \frac{b}{2}\sin(2\theta) + c\sin^2(\theta)$ ; $B = -(a-c)\sin(2\theta) + b\cos(2\theta)$

$C = a\sin^2(\theta) - \frac{b}{2}\sin(2\theta) + c\cos^2(\theta)$ ; $D = d\cos(\theta) + e\sin(\theta)$

$E = -d\sin(\theta) + e\cos(\theta)$ ; $F = f$

Nou considérons la rotation d'axes pour laquelle $B=0$. Alors il suffit de choisir la plus petite valeur de θ pour laquelle $\operatorname{cotg}(2\theta) = \frac{a-c}{b}$.

Si $a \neq c$, $\tan(2\theta) = \frac{b}{a-c}$ c'est-à-dire $\theta = \frac{1}{2}\operatorname{atan}\left(\frac{b}{a-c}\right)$.

Si $a = c$, $\theta = \frac{\pi}{4}\mathrm{rd} = 45°$

Finallement, il suffira de représenter la conique $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ puis y faire subir une rotation d'angle $\theta$ pour obtenir le résultat.

De manière pratique, on peut générer directement les valeurs $A, C, D, E, F$ et $\theta$ à partir des constantes $a, b, c, d, e, f$. ( Voir dossier GLIB \Math\Conics\General equation ) .

### f ) Équations paramétriques des coniques

Les équations paramétriques de la parabole définie par $y = x^2$ , sont:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}$$

Les équations paramétriques de l'elllipse définie par $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, sont:

$$\begin{cases} x = a\cos(t) \\ y = b\sin(t) \end{cases}$$

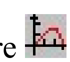
Les équations paramétriques de l'hyperbole définie par $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, sont

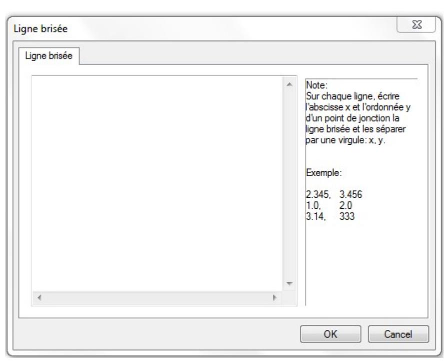
$$\begin{cases} x = \dfrac{a}{\cos(t)} \\ y = b\tan(t) \end{cases} \quad a > 0, b > 0$$

Les équations paramétriques de l'hyperbole définie par $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, sont

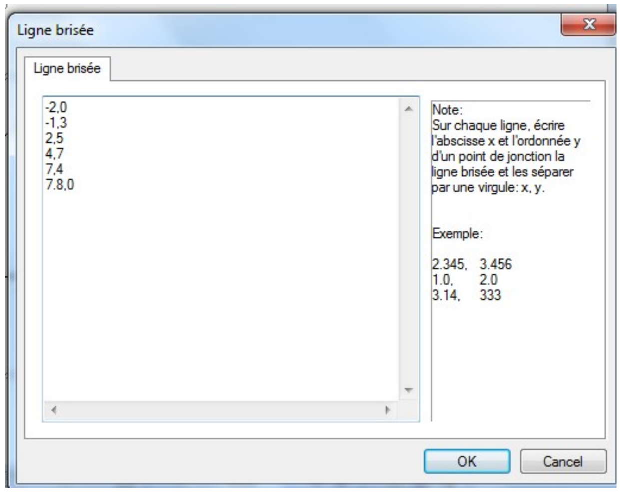
$$\begin{cases} x = a\tan(t) \\ y = \dfrac{b}{\cos(t)} \end{cases} \quad a > 0, b > 0$$

## 5 ) Insertion d'une série de points

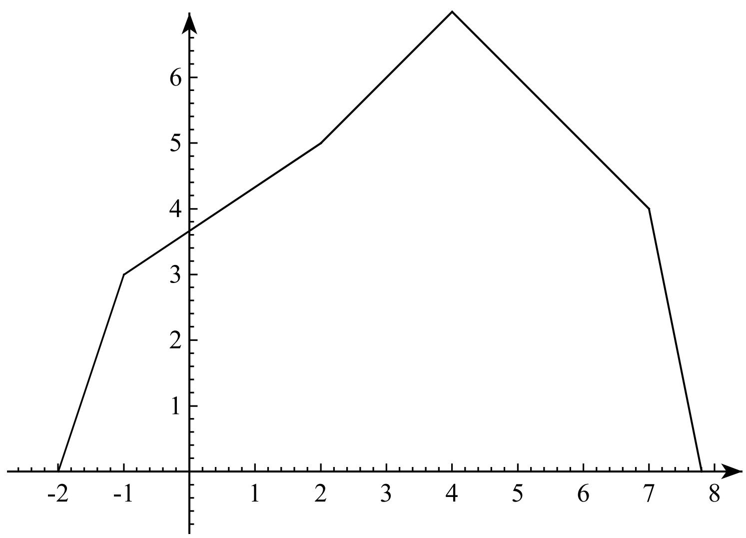
Lorsque le repère est sélectionné, l'utilitaire  qui s'affiche permet de créer une série de points. En cliquant sur cet utilitaire, la boîte de dialogue suivante s'affiche.



Les coordonnées $(x,y)$ des points de jonction de la ligne brisée sont enregistrées comme le montrent l'exemple dans la boîte de dialogue ci-dessus; Chaque ligne porte des valeurs de x et y séparées par une virgule. Nous proposons ci-dessous un exemple de données.




En cliquant sur "OK", vous obtenez le résultat suivant.




Notez que vous pouvez copier des données de la page de travail et les coller directement dans la boîte de dialogue de "Ligne brizée" et vice-versa.

## 6 ) Image d'une courbe $(\mathcal{C})$ par une isométrie du plan

### a ) La technique utilisée

La technique ici utilise une représentation paramétrique de la courbe $(\mathcal{C})$ où pour tout point $M(x, y)$ de $(\mathcal{C})$, on a:

$$\begin{cases} x = h(t) \\ y = g(t) \end{cases} t \in E \quad (E \text{ étant un sous-ensemble de } \mathbb{R}).$$

Par exemple, si $(\mathcal{C})$ est la courbe d'une fonction numérique $y=f(x)$, avec $x \in D_f$, alors nous considérons la représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}, \ t \in D_f \quad (1)$$

- Si $(\mathcal{C})$ est la courbe d'une fonction numérique $x=f(y)$, avec $y \in D_f$, alors nous considérons la représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = t \end{cases}, \ t \in D_f \quad (1')$$

- Si $(\mathcal{C})$ est la courbe en coordonnées polaires d'une fonction de type $r=f(t)$, avec $t \in D$, alors nous considérons la représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x = f(t)\cos t \\ y = f(t)\sin t \end{cases}, \ t \in D \quad (2)$$

Si $(\mathcal{C})$ est la courbe en coordonnées polaires d'une fonction de type $t=f(r)$, avec $t \in D$, alors nous considérons la représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x = t\cos(f(t)) \\ y = t\sin(f(t)) \end{cases}, \ t \in D \quad (2')$$

**b ) Expression analytique des isométries**

Soit M $(x, y)$ un point du plan et M' $(x', y')$ son image par une isométrie $I$.

- Si $I$ est la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, alors $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$.

- Si $I$ est la symétrie centrale de centre $\Omega(x_0, y_0)$, alors :

$$\begin{cases} x' = -x + 2x_0 \\ y' = -y + 2y_0 \end{cases}.$$

- Si $I$ est la symétrie d'axe $(\Delta)$ : $y = ax + b$, alors:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{2a}{a^2+1}y - \dfrac{a^2-1}{a^2+1}x - \dfrac{2ab}{a^2+1} \\[2ex] y' = \dfrac{a^2-1}{a^2+1}y + \dfrac{2a}{a^2+1}x + \dfrac{2b}{a^2+1} \end{cases}$$

ou si $I$ est la symétrie d'axe $(\Delta): x = b$ alors $\begin{cases} x' = 2b - x \\ y' = y \end{cases}$.

- Si $I$ est la rotation de centre $\Omega(x_0, y_0)$ d'angle $\theta$, alors

$$\begin{cases} x' = (x - x_0)\cos\theta - (y - y_0)\sin\theta + x_0 \\ y' = (x - x_0)\sin\theta + (y - y_0)\cos\theta + y_0 \end{cases}$$

***Remarque:*** *La rotation d'une courbe par rapport à l'origine des axes peut être obtenue directement à partir de l'option "Rotation" des propriétés de cette courbe.*

**c ) L'image de la courbe $(\mathcal{C})$**

En considérant qu'une représentation paramétrique de $(\mathcal{C})$ est $\begin{cases} x = h(t) \\ y = g(t) \end{cases}$, il suffit de remplacer dans l'expression analytique de l'isométrie $I$ considérée, $x$ par $h(t)$ et $y$ par $g(t)$.

On obtient alors une expression de la forme $\begin{cases} x' = H(t) \\ y' = G(t) \end{cases}$. On en déduit qu'une représentation paramétrique de l'image $(C')$ de $(\mathcal{C})$ par $I$ est: $\begin{cases} x = H(t) \\ y = G(t) \end{cases}$.

**<u>Exemple d'application</u>**

Soit $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction $y = f(x)$, de représentation paramétrique $\begin{cases} x = t \\ y = f(t) \end{cases}$.

Considérons la symétrie S d'axe $\Delta$: $y = x$, d'expression analytique $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$.

En remplaçant $x$ et $y$ par leurs expressions en fonction de $t$, on a: $\begin{cases} x' = f(t) \\ y' = t \end{cases}$.

Il s'ensuit qu'une représentation paramétrique de $(\mathcal{C}')$ est: $\begin{cases} x = f(t) \\ y = t \end{cases} \quad (i)$.

***Remarque:***

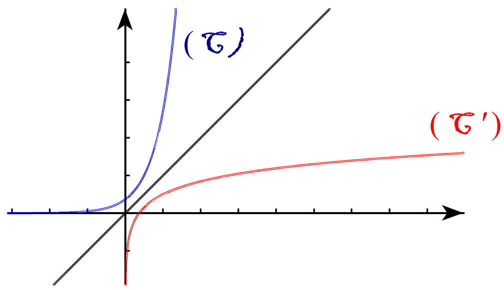
On peut aussi considérer l'équation cartésienne de l'image d'une courbe lorsque l'expression d'une telle équation ne pose aucun problème, comme c'est le cas dans l'exemple ci-dessus.

En effet, on déduit de $(i)$ que l'équation cartésienne de $(\mathcal{C}')$ est: $x=f(y)$ $(ii)$

Dans ScienceWord, on peut donc représenter $(\mathcal{C}')$ en utilisant $(i)$ ou $(ii)$.

Par exemple, si $(\mathcal{C})$ a pour équation cartésienne $y=e^{2x-1}$, alors $(\mathcal{C}')$ a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x=e^{2t-1} \\ y=t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ et pour équation cartésienne $x=e^{2y-1}$.

Les courbes $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont représentées ci-dessous



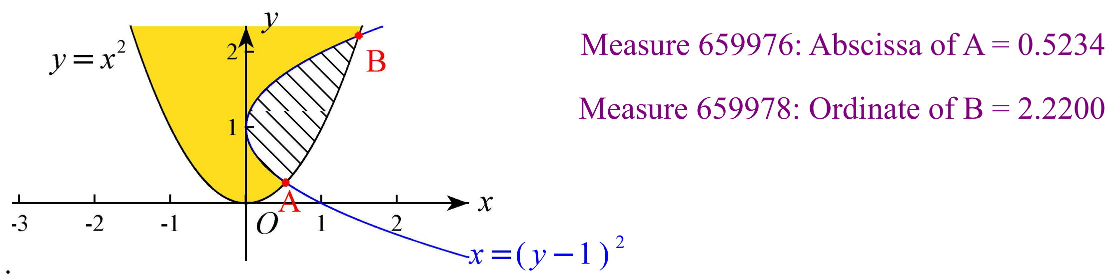

## 7 ) Le repère et le dessin géométrique

Lorsque le repère est sélectionné, tout objet géométrique ( droite, rectangle, courbe libre ou de Bézier, etc; ) ou tout outil d'expérimentation de chimie, de physique, d'optique, de mécanique, d'électromagnétisme dessiné dans la zone "active" de sélection du repère y est automatiquement capturé. Il devient ainsi un élément du repère! Lorsque ces objets ne sont pas produits dans la zone active du repère, on obtient le même résultat en les groupant au repère avec l'utilitaire " Combiner".

De plus vous pouvez déterminer les coordonnées d'un point quelconque de cet objet dans le repère! Que de nombreuses applications pratiques! Sans nous aventurer à dresser une liste exhaustive, nous comprenons désormais qu'il nous est possible de mesurer rapidement les niveaux d'un liquide contenu dans les branches d'un tube en U, d'avoir les coordonnées d'un point quelconque dans une transformation géométrique, la position d'un projectile dans une expérience de tir, une très bonne estimation des prévisions des résultats d'expériences de laboratoires, des approximations intéressantes des solutions de nombreux problèmes algébriques, etc.

## 8 ) Remplissage et intersection des courbes de fonction

Lorsque deux courbes sont sélectionnées, l'utilitaire " Sélectionner et remplir une région" qui apparaît dans la barre de dessin permet le remplissage de leur zone d'intersection, leur différence ou leur réunion. L'utilitaire " Intersection de deux courbes" permet de dessiner les points d'intersection



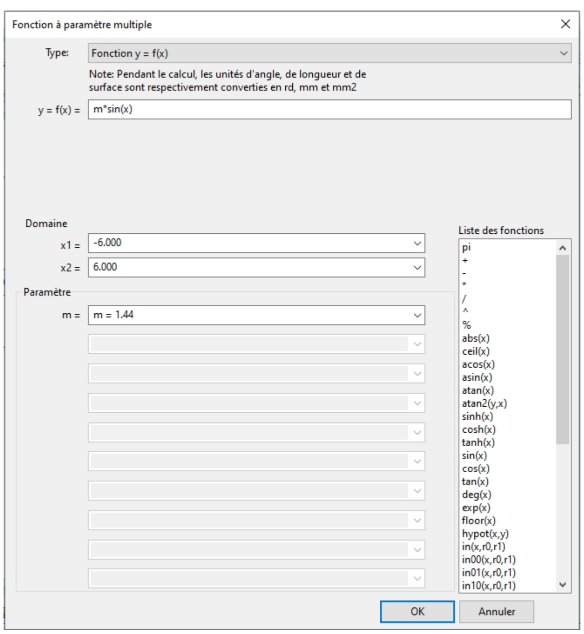

.

## 9 ) Animation des graphes de fonctions

### a ) Animation sur un domaine fixe

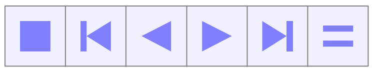
Soit à animer par exemple la courbe définie par $y = \mathrm{m}\sin(x)$ où $\mathrm{m} \in [-2, 3]$ .

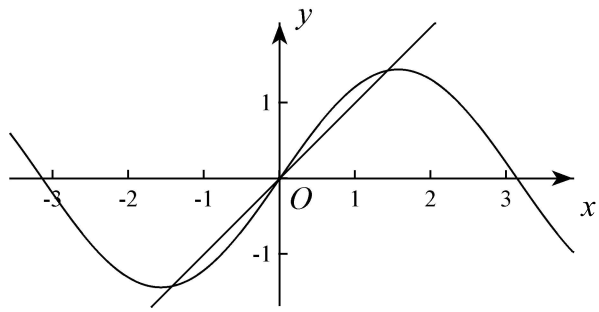
Dessiner le repère du plan puis cliquer sur l'utilitaire " variable independante" puis définir la variable indépendante m de domaine de -2 à 3. Cliquer ensuite sur l'utilitaire " Courbe générale des paramètres", puis configure comme suit:




Selectionner le type de fonction y=f ( x ) et taper m^sin ( x ) , puis sélectionne dans la liste des paramètres variables, la variable indépendante m.

m = 1.44

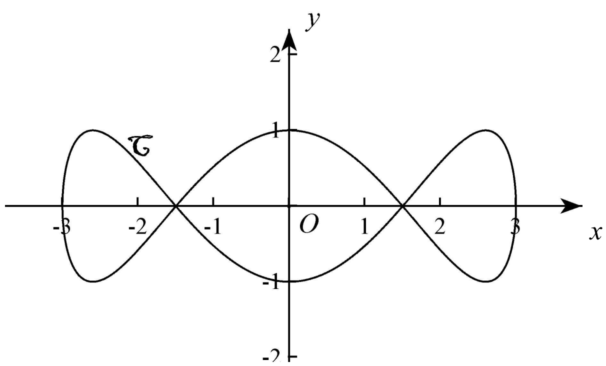





**b ) Animation sur un domaine variable**

Notons que la courbe $\mathcal{C}$ des fonctions paramétriques définies par

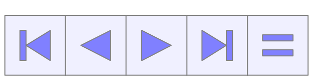
$\begin{cases} x = 3*\cos(t) \\ y = \sin(3*t) \end{cases}$ $t \in [0, 6.28]$ est dessinée comme suit:



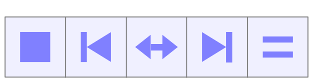

Dans ce qui suit, nous représentons la courbe $\mathcal{C}_m$ de ces fonctions paramétriques sur l'intervalle $[m\text{-}1, m]$ où m est la variable indépendante de domaine $[0, 6.28]$.

On définit la variable fomctionnelle $t(a) = m\text{-}1\text{+}a$ de l'intervalle $[m\text{-}1, m]$, où a est la variable indépendante variant de 0 à 1. Enfin, on construit le point variable $P_t(3*\cos(t), \sin(3*t))$ de la courbe $\mathcal{C}_m$ .

m = 5.00

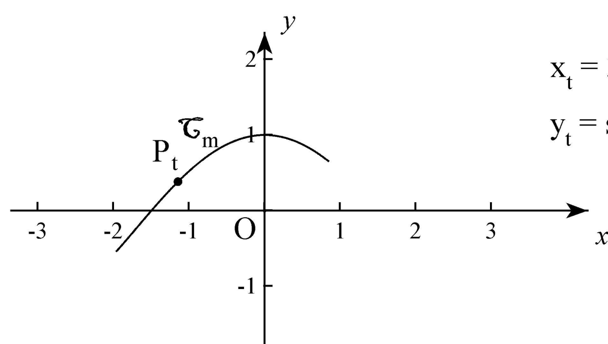


a = 0.32



m-1 = 4.00

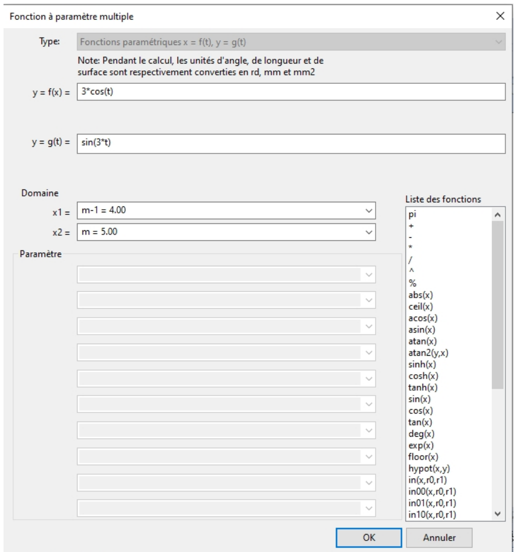
t(a) = m-1+a =4.32$\in [m-1, m]$




$x_t$ = 3cos (t) = -1.15

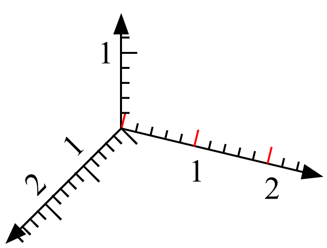
$y_t$ = sin(3t) = 0.38

L'illustration de la configuration de la courbe générale des paramètres est la suivante.

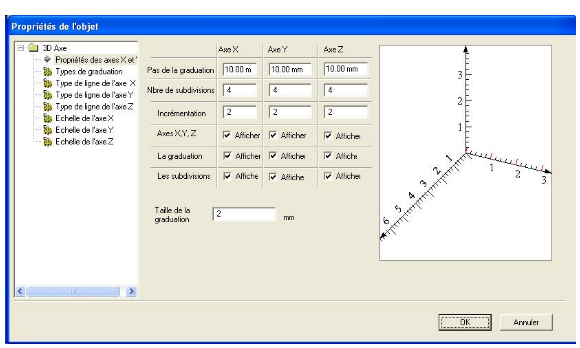



## III ) La représentation graphique dans l'espace

Cliquez dans la barre des outils dessins sur le bouton "Repère en 3D  ". Le pointeur prenant la forme " + " sur la feuille de travail. Appuyez et maintenez enfoncé le bouton gauche de la souris, puis glissez légèrement la souris pour dessiner le repère ainsi que le montre l'illustration ci-dessous.

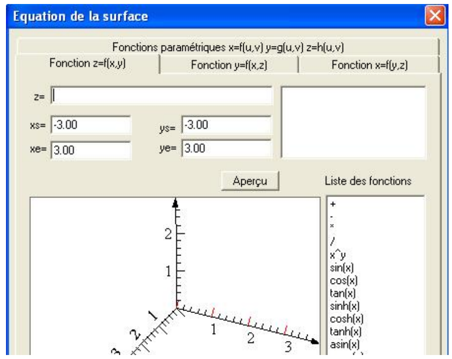



Vous pouvez accéder à la boîte de dialogue suivante des "Propriétés de l'objet" du repère en cliquant sur "Propriétés" dans le menu contextuel.




Cette boîte de dialogue vous permet d'apporter des modifications au repère.

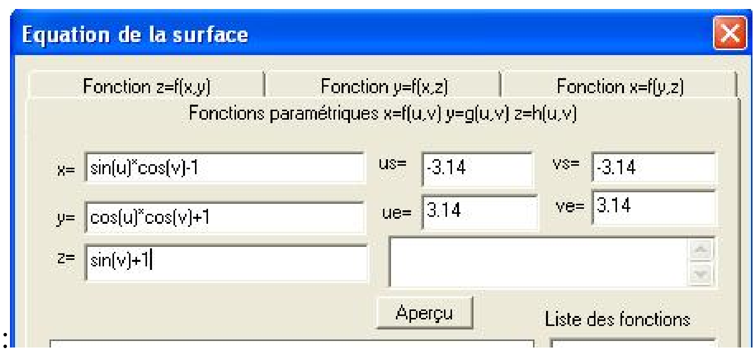
Pendant que le repère est actif ( donc sélectionné ) , cliquez dans la barre des outils de dessin sur l'icône "Représentation graphique". La boîte de dialogue ci-dessous apparaît.




En tenant compte de la liste des fonctions élémentaires admises et du domaine de définition, vous pouvez comme c'est le cas en dimension deux, faire la représentation graphique en dimension trois.

Comme c'est le cas en dimension 2, le repère en dimension 3 est très flexible. Vous pouvez de la même manière déplacer l'origine du repère à l'aide de la souris.

Pour représenter par exemple la sphère de rayon r =1 et de centre ( -1, 1, 1 ) , cliquez sur le bouton "Fonctions paramétriques.", puis configurez la boîte de dialogue comme suit:

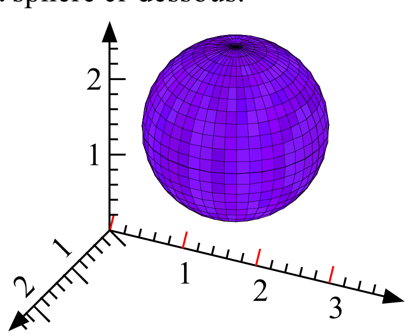



:

x = sin ( u ) *cos ( v ) -1, y = cos ( u ) *cos ( v ) +1, z = 2*sin ( v ) +1

$u_s$= -3.14 , $u_e$= 3.14, $v_s$= -3.14, $v_e$= 3.14.

Cliquez sur "OK" pour obtenir la sphère ci-dessous.




Si vous souhaitez représenter une autre fonction dans le même repère, alors il suffit de sélectionner le repère et de cliquer à nouveau sur  dans la barre des outils de dessin sur l'icône "  ". En reprenant le même processus, vous pouvez représenter un nombre quelconque de fonctions dans le même repère.

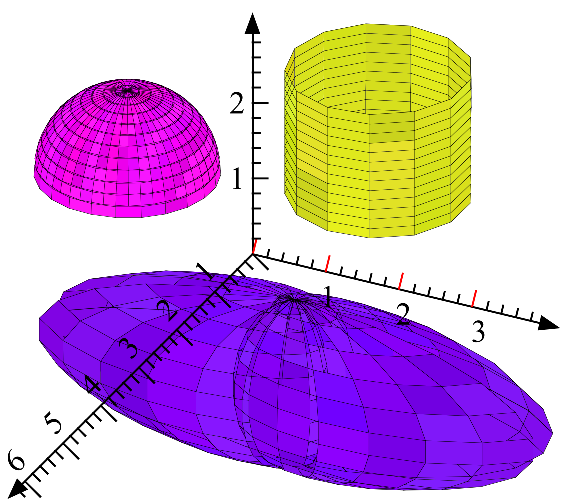
Il est possible de représenter plusieurs fonctions dans le même repère de l'espace.

Nous représentons ci-dessous une demi-sphère, un cylindre et une ellipsoïde dont les représentations paramétriques sont données dans l'ordre:

$$\begin{cases} x = \sin(u)\cos(v) \text{-}1 \\ y = \cos(u)\cos(\mathrm{v}) \text{-}2 \quad -3.14 \leq u \leq 3.14 \ ; \ 0 \leq v \leq 3.14 \\ z = \sin(v) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \sin(u) + 3 \\ y = \cos(u) + 3 \qquad -3.14 \leq u \leq 3.14 \ ; \ 0 \leq v \leq 1.57 \\ z = v{+}3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0.5 \text{ u} \sin(u) * \cos(v) {+}1 \\ y = u \cos(u)\cos(v) {+}1 \qquad -3 \leq u \leq 3 \ ; \ -3.14 \leq v \leq 3.14 \\ z = \sin(v) \text{-}0.8 \end{cases}$$



## Table des matières